

# Les Spirales Numériques

---

## Objectifs :

- Une autre façon de présenter l'algorithme de la numération
- Écrire et connaître la suite des nombres
- Mettre en évidence au niveau visuel le fonctionnement en base 10
- Parcourir la file numérique au travers d'opérations additives et soustractives
- Etablir des procédures de calcul mental et réfléchi

## Niveaux :

- Du CP au CM suivant les objectifs à atteindre

## Matériel : (voir documents ci-dessous)

- Une étoile filiforme à 10 branches format ou A4 ou A3
- Une spirale avec pastilles vides format ou A4 ou A3 (voir Ermel CE1, livre de l'élève)
- Une spirale remplie format A3
- Des épingles à tête de couleur ou punaises à tête plastique colorée
- Un support sur lequel coller la spirale (liège ou plastique alvéolé... de quoi pouvoir planter les épingles)
- Des dés (1 pour les unités, 1 pour les dizaines)
- Des étiquettes autocollantes pour pouvoir écrire des chiffres sur les dés
- Des étiquettes sur lesquelles sont inscrites les nombres que l'on va tirer au hasard. Sur ces étiquettes les nombres sont soulignés en rouge pour reculer (soustraction) et en vert pour avancer (addition). Pour le niveau ce1 par exemple, les nombres de 1 à 15 sont soulignés en rouge et ceux de 5 à 25 en vert.
- Des étiquettes pouvant être aussi écrites sous la forme : 1 dizaine et 3 unités soulignées aussi en vert et en rouge
- De la pâte à fixer (pour cacher certains nombres inscrits sur la spirale)
- Une spirale à « trapèze » afin de pouvoir vérifier la grandeur du nombre
- Du matériel de manipulation divers et varié (par exemple un sac d'allumettes sans bout rouge vendu au rayon « travaux manuels ») et des élastiques (pour fabriquer dizaines et centaines)

## Activités collectives préliminaires :

1. Donner la spirale avec les pastilles vides :
  - Remplir en suivant les lignes
  - Remplir en allant de dix en dix, remplir en allant de 5 en 5 etc.....
2. Proposer une étoile à 10 branches filiforme :
  - Faire écrire un nombre par branche jusqu'à 10 ou 20...ex : 1– 2– 3- et les enfants les relient au fur et à mesure. Cela peut se faire aussi sous forme plus ludique (avec un dé, en tirant des cartes, en pensant à un nombre etc...)

### Variantes :

- Cacher certains nombres ex : 1 sur 2 ou sur 5
- Cacher 1 rayon complet de la spirale
- Jouer avec 1, 2 ou 3 dés sur le principe du jeu de l'oie

### Jeu : poursuite sur spirale (voir Ermel CE1 période 3 quinzaine 3 page 360)

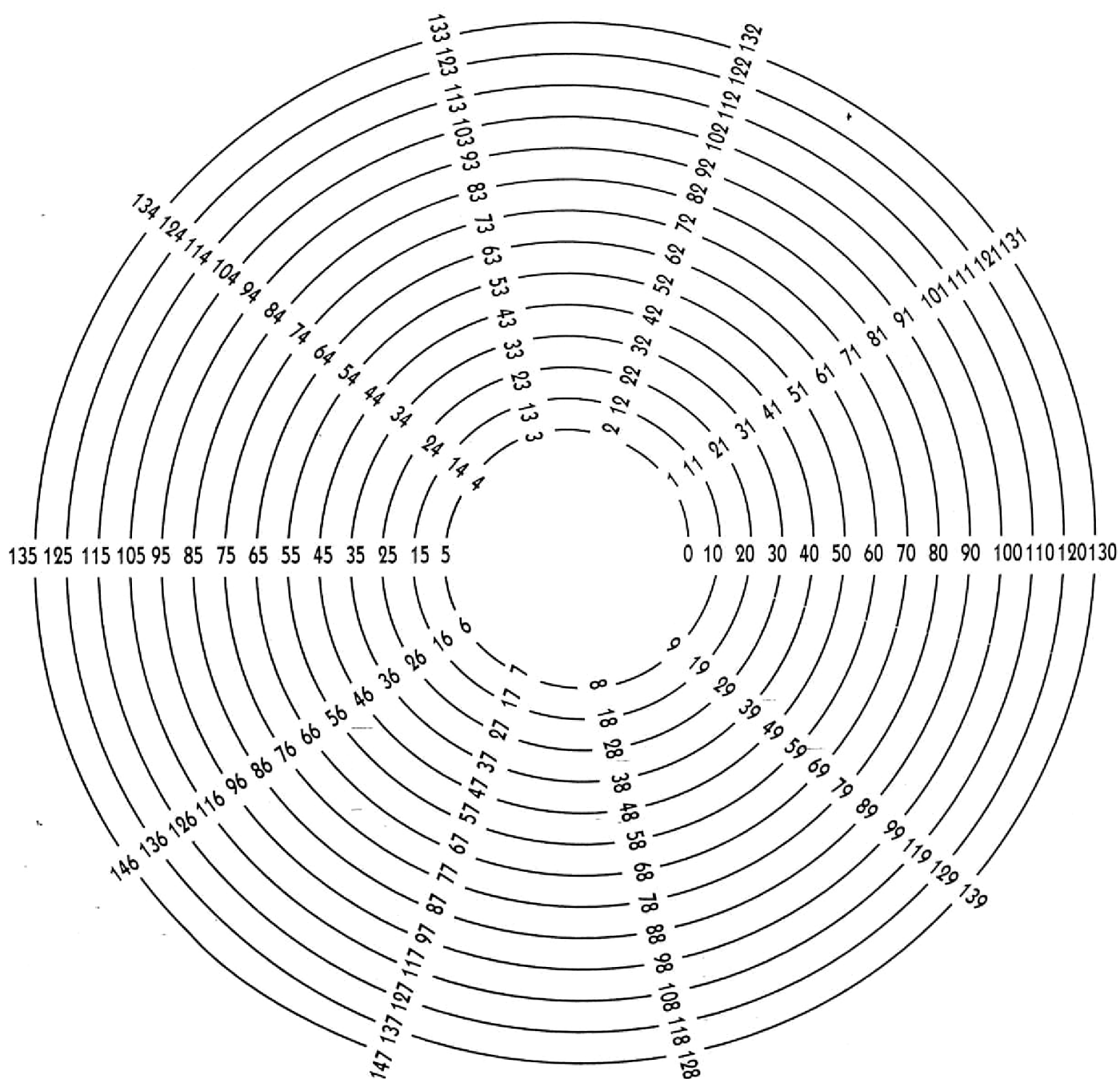
Le maître ou l'un des joueurs avec une calculette contrôle la partie. Chaque joueur est représenté par un pion. A tour de rôle, les joueurs tirent un carton de la pile :

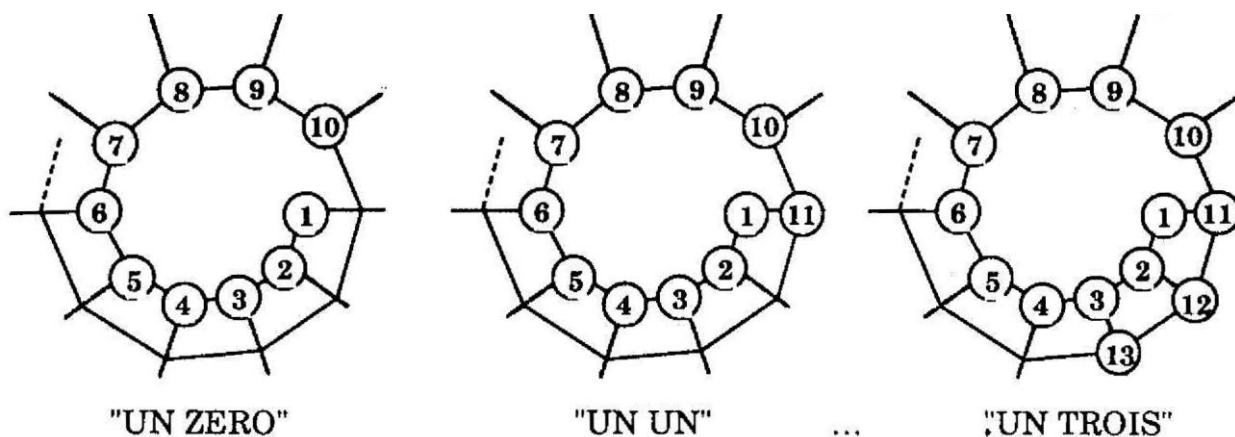
- les nombres écrits en vert font avancer (nombres de 5 à 25)
- Les nombres écrits en rouge font reculer (nombres de 1 à 15)

Il faut tirer un nombre vert pour commencer la partie.

Le but du jeu est d'être le premier à atteindre ou à dépasser la fin de la spirale.

## La spirale des nombres (*Connaître les nombres*)





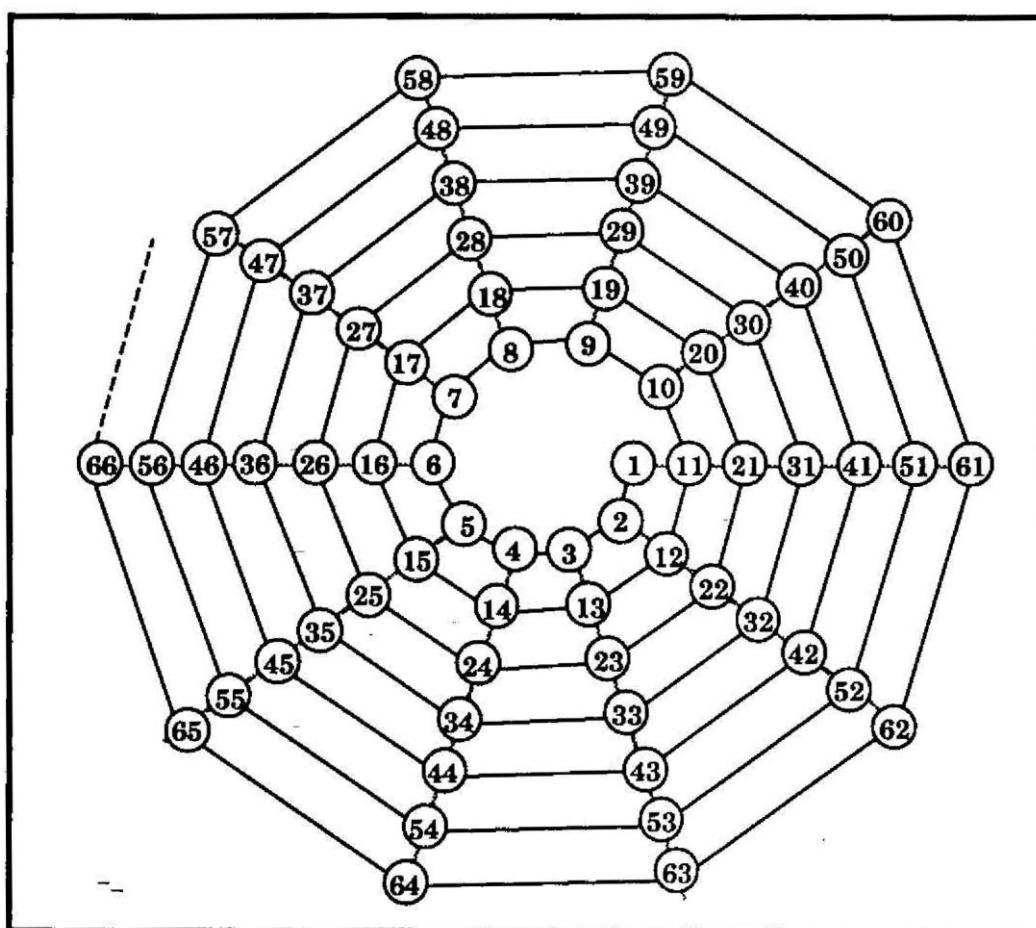
L'enfant possédant le successeur (14 oralisé comme « un quatre ») est invité à venir placer l'étiquette, et ainsi de suite jusqu'à ce que la spirale soit complètement remplie.

Sans interdire à l'élève d'oraliser le nombre qu'il place dans le champ de la numération orale (« QUATORZE »), il lui sera systématiquement demandé d'oraliser ce nombre dans le champ de la numération écrite (« UN QUATRE »).

En cas d'erreur, l'oralisation de la chaîne antérieure dans le champ de la numération écrite permet la compréhension par l'enfant de son erreur.

L'activité se poursuit sous cette forme jusqu'au complètement de la spirale.

Les activités ultérieures s'engageront à partir de cette réalisation.



**REMARQUE** : Il est essentiel de changer régulièrement l'orientation de la spirale au cours de l'activité.

# ACTIVITE N°1

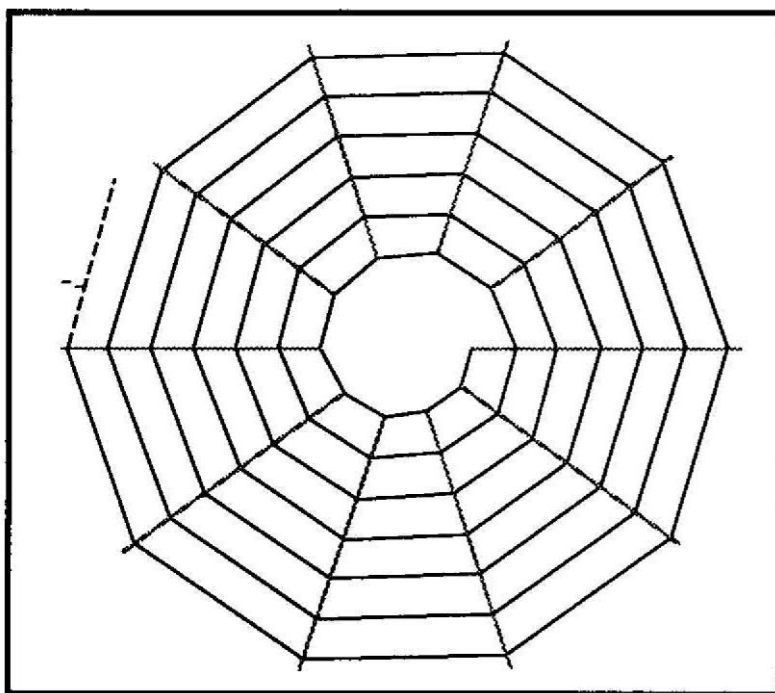
**Objectif :** Appropriation de la loi d'organisation de la chaîne écrite  
Structure [ N (+1) ]

**Matériel :** Spirale plane à 1 clou,  
Étiquettes-nombres (de 1 à 69)

## Déroulement

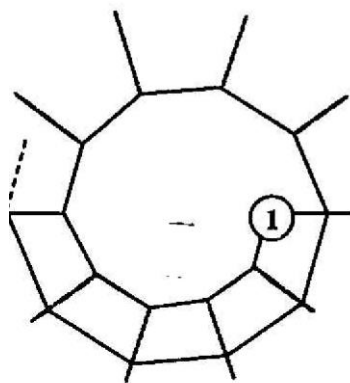
### Situation de départ :

La spirale plane à 1 clou est présentée vide.

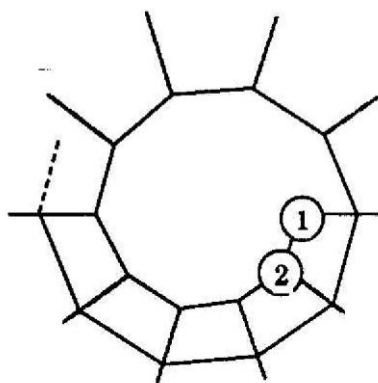


Le maître garde les étiquettes-nombres de 1 à 13 et distribue aux enfants les étiquettes restantes (de 13 à 69) en s'assurant que chaque enfant possède un jeu dispersé : le jeu d'étiquettes doit être constitué de telle sorte que chaque enfant soit mobilisé tout au long de l'activité.

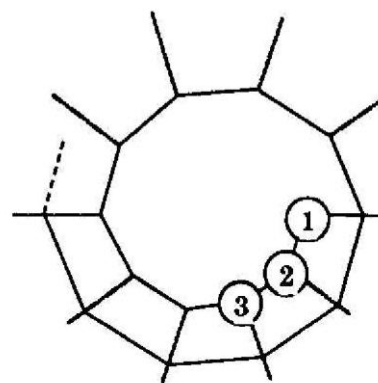
Il place alors sur la spirale les premiers nombres en oralisant 10 / 11 / 12 et 13 sous la forme « un zéro », « un un », « un deux », « un trois ».



"UN"



"DEUX"



"TROIS"

## ACTIVITÉ N°2

**Objectif :** Renforcement de la loi d'organisation de la chaîne écrite.  
Structure [ N (+1) ]

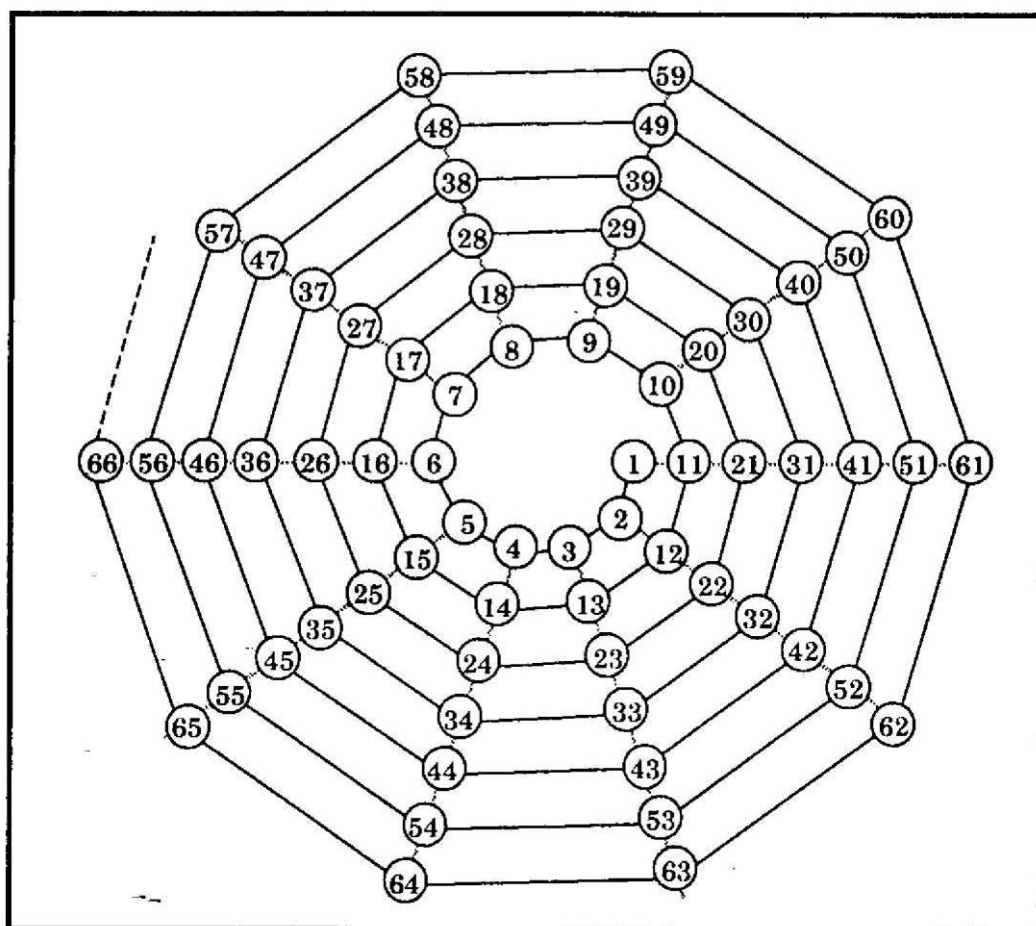
**Matériel :** Spirale plane à 1 clou,  
Etiquettes-nombres (de 1 à 69),  
10 caches de couleurs différentes.

**REMARQUE :** Il peut s'avérer nécessaire pour certains enfants de (re)préciser l'emploi de cette spirale : sens de rotation, placement des nombres consécutifs en suivant un sens déterminé, appellation des nombres par oral dans le champ de l'écrit (« UN QUATRE » et non « QUATORZE »).

### Déroulement

#### Situation de départ :

Cette activité s'engage à partir de la spirale entièrement complétée de ses étiquettes.

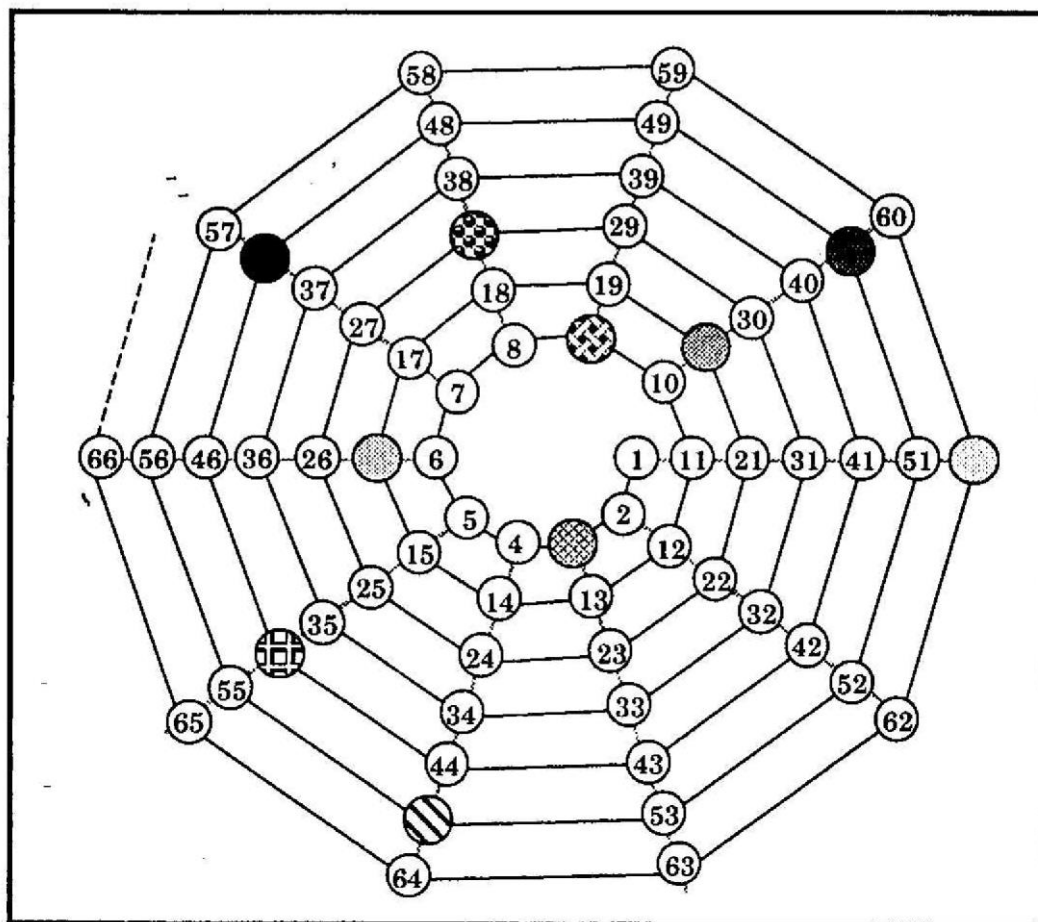


L'enseignant dispose de 10 caches de couleurs différentes et perforés de manière décentrée afin qu'ils prennent place sur les clous et occultent les nombres. Le travail consiste pour les enfants à retrouver les éléments camouflés derrière les caches.

Pour chacune des phases de travail, la correction s'effectue immédiatement après la proposition des enfants que celle-ci s'avère exacte ou non.

- Demander aux enfants de fermer leurs yeux. L'enseignant positionne les caches sur la spirale de manière éparpillée ; deux nombres consécutifs ne doivent pas être occultés ; le nombre de départ (1) doit rester en permanence visible à ce stade en tant qu'élément impulseur de la suite ordonnée des nombres.

- L'enseignant sollicite la recherche sous la forme : « Quel nombre se cache derrière la pastille rouge ou bleue ou ... »
- Les élèves livrent leur réponse par oral dans le champ de l'écrit.
- Vérification immédiate de l'adéquation du ou des mots émis avec le nombre caché en ôtant le disque de couleur.



#### VARIANTE :

- Les enfants détiennent chacun quelques étiquettes-nombres.
- La recherche de l'élément caché demeure identique.  
« Qui possède l'étiquette venant se placer sous la pastille ... ? »
- L'enfant pensant détenir la bonne réponse enlève lui-même le cache et compare les deux éléments : celui affiché sur la spirale et celui détenu dans sa main.
- Qu'il y ait erreur ou non, passer par la phase d'oralisation du nombre en question.

## ACTIVITE N°3

**Objectifs :** Emergence de nouvelles lois d'organisation de la chaîne écrite, par contraction en un acte de l'acte élémentaire (+1).

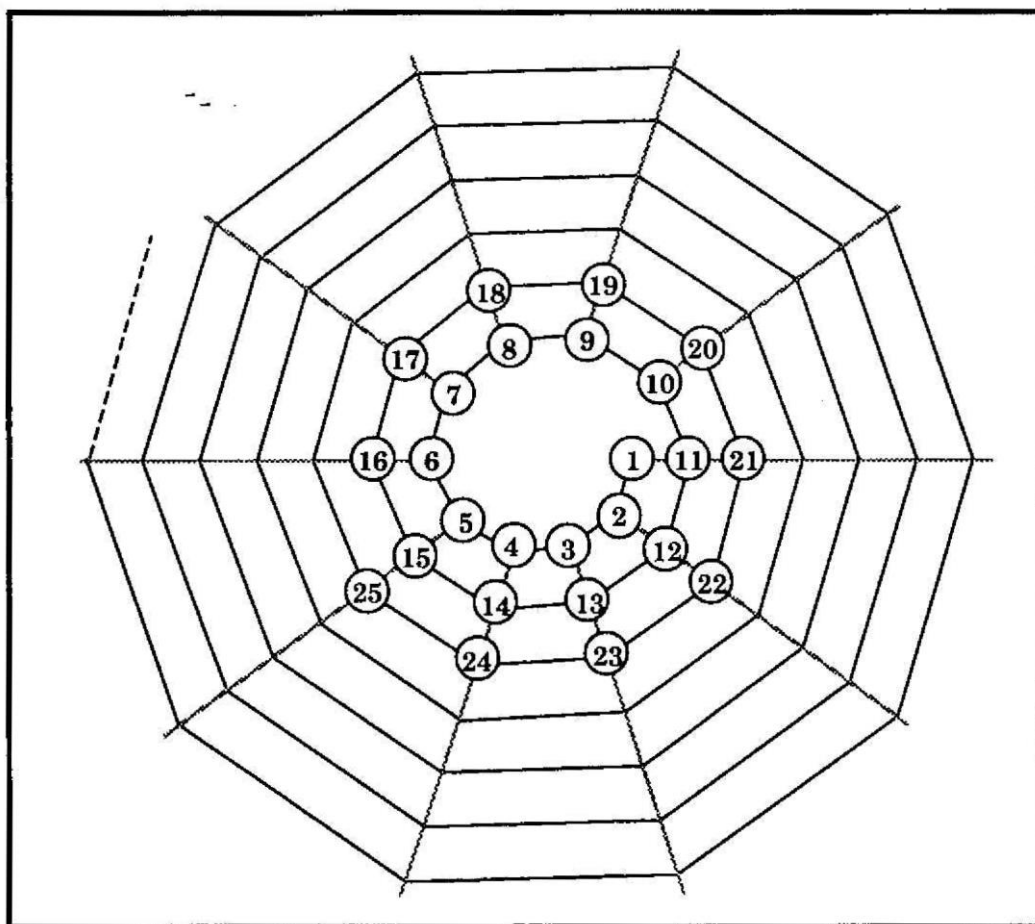
De [ N (+1) ] à [ N (+n) ]

**Matériel :** Spirale plane à 1 clou,  
Étiquettes-nombres (de 1 à 69),  
Étiquettes-chiffres,  
Caches de couleurs différentes,  
Ardoise ou feuille de papier.

### Déroulement

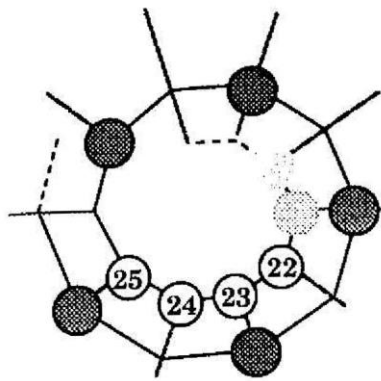
#### Situation de départ :

La spirale est complétée par les étiquettes-nombres de 1 à 25.

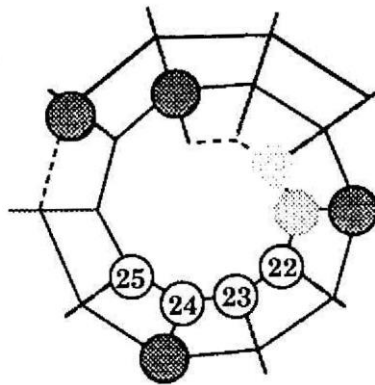


Cette séance se fixe comme objectif de permettre aux enfants de dépasser le stade de comptage élémentaire (la loi +1), pour parvenir à une représentation mentale des comptages par bonds. Le comptage par bonds le plus simple consiste en la contraction en un acte de (+1)(+1) pour construire une nouvelle loi que représente (+2).

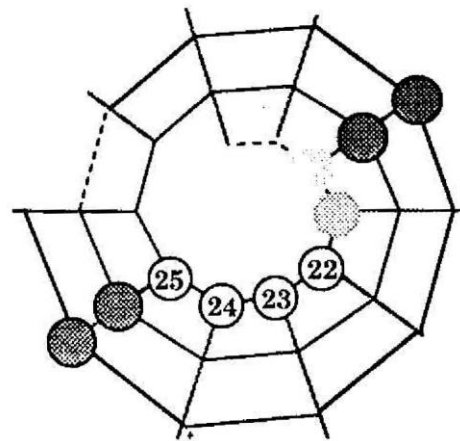
Afin de les aider dans cette élaboration, l'enseignant dispose d'un jeu de caches qu'il positionne en laissant un intervalle d'un clou entre chacune des pastilles. La recherche s'effectue en demandant aux enfants de livrer comme réponse les noms des nombres venant prendre place derrière les caches.



Elaboration de la loi (+2)



Elaboration de la loi (+3)



Elaboration de la loi (+5)

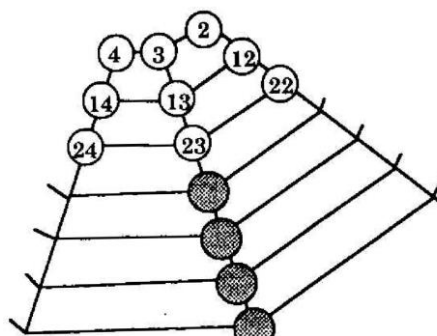
Les réponses peuvent être données de différentes façons :

- Les élèves disent le nombre en oralisant les éléments de la chaîne écrite.
- Les élèves sélectionnent l'étiquette correspondant au nombre à découvrir parmi un lot d'étiquettes-nombres mis à leur disposition, puis la substitue au cache placé sur la spirale.
- Les élèves composent le nombre à découvrir à l'aide d'étiquettes-chiffres ; puis ils recherchent l'étiquette-nombre en adéquation avec leur composition pour venir la placer sur la spirale après avoir ôté le cache.
- Les élèves écrivent le nombre sur leur ardoise ou sur feuille de papier.

**ATTENTION** : Cette dernière variante nécessite de prendre quelques précautions de la part de l'enseignant pour qu'elle se transforme en réelle situation d'apprentissage. Elle ne peut garantir aucun effet de construction de savoir si les élèves n'ont pas stabilisé les graphies des nombres. Le risque serait grand de figer comme connaissance de fausses images mentales.

Ces différentes lois ne seront pas achevées en tant que construction d'un savoir à l'issue de cette séance. Nombre d'enfants identifieront les éléments cachés sans effectuer des comptages de 2 en 2, de 3 en 3 ou de 5 en 5. Ils procéderont en énonçant mentalement les éléments intermédiaires entre celui connu et celui à dire. D'où l'importance de mettre quotidiennement en chantier des activités sur les structures de comptages par bonds pour renforcer cette première émergence des lois.

La loi (+10), loi de comptage particulière prenant en considération des éléments variant s'incrémentant par pas de (1) et d'autres invariant, impose à l'enfant la distanciation avec le comptage en appui sur la loi mère (+1).



C'est par une observation affinée des nombres positionnés sur un même axe qu'elle prendra vie dans la tête des enfants : les éléments unités demeurent identiques tandis que les éléments dizaines se renforcent en s'accroissant régulièrement de 1.

L'emploi de l'oralisation de la chaîne écrite prend ici toute son ampleur ; sans elle, il ne peut y avoir de perception objective des composants de la loi (+10).

**REMARQUE** : faire opérer régulièrement des rotations à la spirale afin de ne pas figer une représentation mentale de l'organisation de la suite des nombres ; seule la loi doit devenir opératoire, le perceptif ne pouvant devenir un support à sa survie.

## ACTIVITE N°4

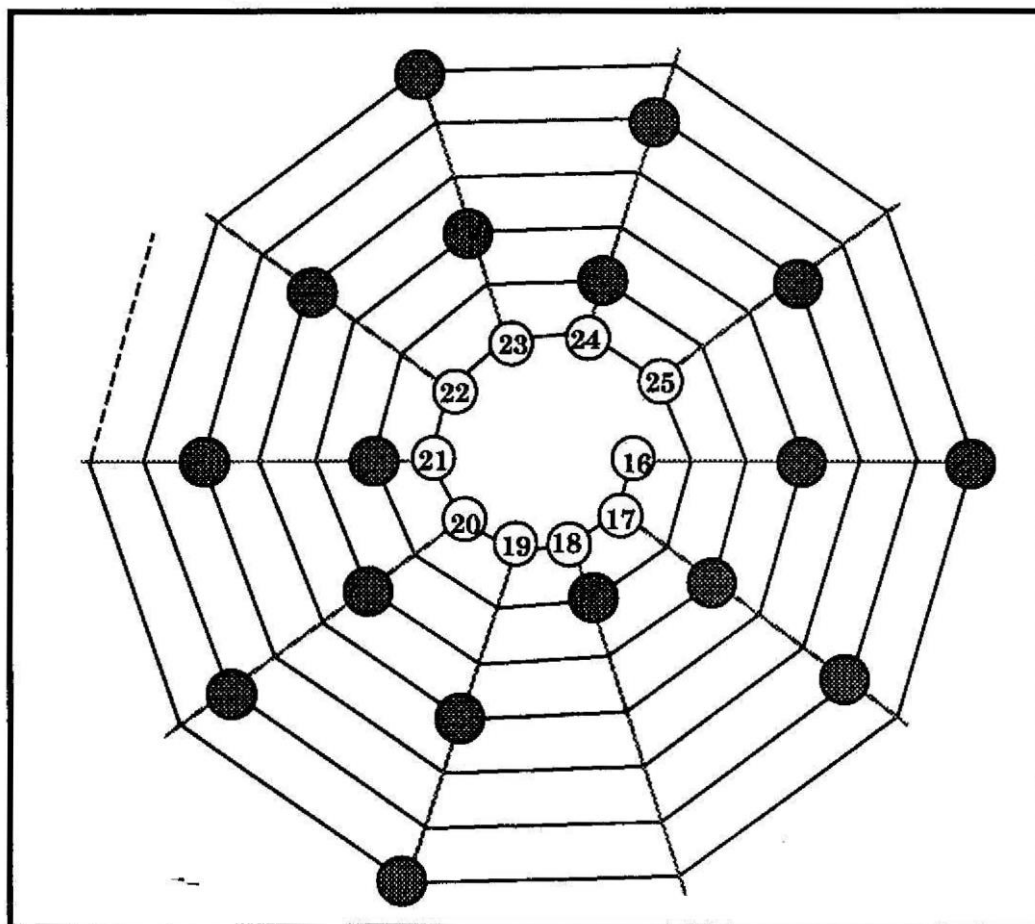
**Objectifs :** Renforcement des lois de comptages par bonds.  
De  $[N (+1)]$  à  $[N (+n)]$

**Matériel :** Spirale plane à 1 clou,  
Etiquettes-nombres (de 1 à 69),  
Etiquettes-chiffres,  
Caches de couleurs différentes,  
Ardoise ou feuille de papier.

### Déroulement

Le premier temps de la construction de la suite numérique consiste à énumérer les éléments numériques de 1 en 1 à partir de 1. Puis, cette capacité à activer la loi mère s'organise à partir d'un nombre différent de 1. Dégager de nouvelles lois de comptage en contractant en un acte l'acte élémentaire  $[(+1)(+1)]$  crée  $(+2)$ ,  $[(+1)(+1)(+1)]$  crée  $(+3)$ , ... se met en place de manière identique. Ces dégagements de lois s'organisent à partir de 1 dans un premier temps, puis à partir de n'importe quel autre nombre ultérieurement.

**Situation de départ n°1 :** Engager les recherches à partir d'un nombre différent de 1.



Les caches étant en place, demander aux enfants de retrouver les nombres cachés sous les pastilles de couleur, dans l'ordre chronologique où ils les rencontrent.

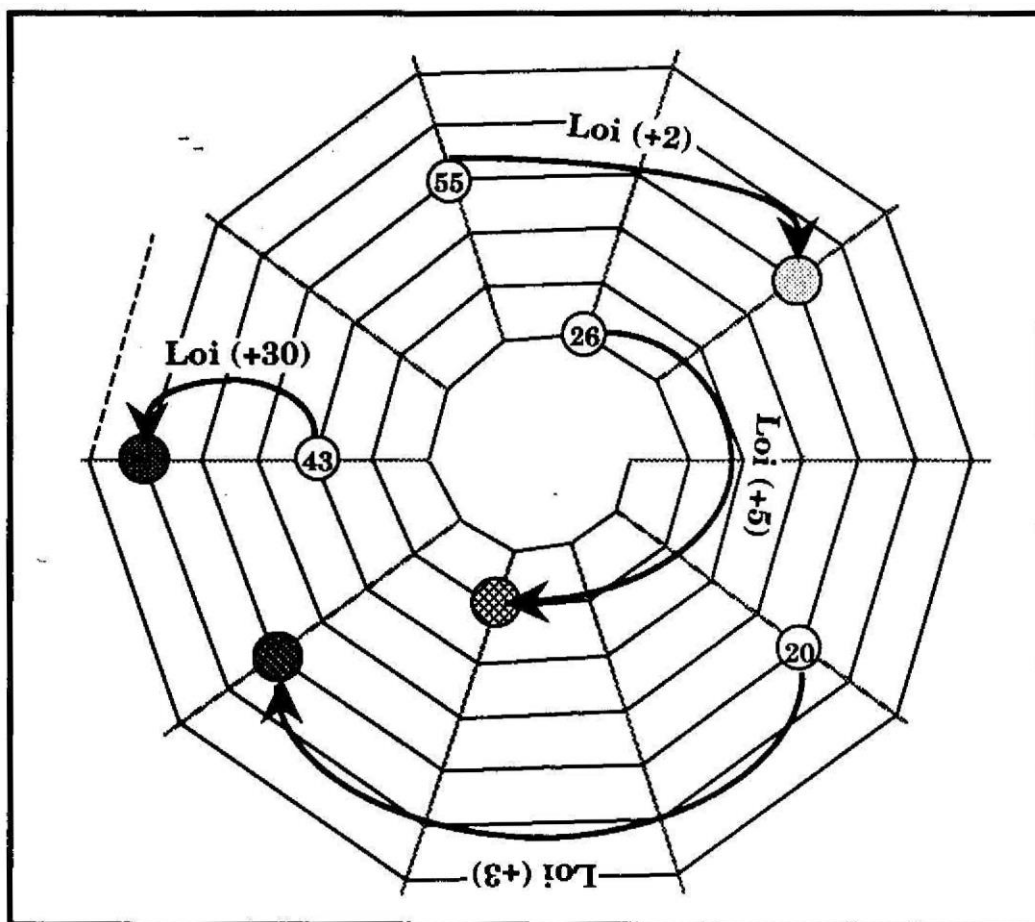
Cette activité, ici présentée en développant la loi  $(+3)$ , s'effectue également pour les lois  $(+2)$ ,  $(+5)$  et  $(+10)$  en faisant varier les suites de nombres servant de repère.

Tout comme lors de l'activité n°3, les réponses peuvent être données de 4 façons différentes :

- Un enfant dit le nombre caché en oralisant les éléments de la chaîne écrite.
- L'élève sélectionne l'étiquette correspondant au nombre à découvrir parmi un lot d'étiquettes-nombres mis à sa disposition, puis la substitue au cache en place sur la spirale.
- L'enfant compose le nombre à découvrir à l'aide d'étiquettes-chiffres ; puis il recherche l'étiquette-nombre en adéquation avec cette composition qu'il vient positionner sur la spirale après avoir ôté le cache.
- L'élève écrit le nombre sur son ardoise ou sur une feuille de papier.

**ATTENTION** : Si les enfants manifestent des incertitudes quant à la bonne orientation des tracés des chiffres (graphies inversées), ne pas engager cette dernière variante.

**Situation de départ n°2** : Une portion entière de la chaîne numérique n'étant plus visible, engager les recherches à partir d'éléments isolés éparpillés sur la spirale. L'ensemble des éléments placés doit observer une cohérence à l'organisation de la spirale. L'utilisation de pastilles de couleurs différentes favorise la concentration des enfants.



**REMARQUE 1** : Cette deuxième situation de départ est beaucoup plus complexe que la précédente, car elle nécessite une distanciation par rapport à la construction de la chaîne numérique. Pour qu'elle puisse devenir opérationnelle, il faut obtenir les garanties suivantes de la part des enfants :

- indépendance du- nombre,
- capacité à compter à partir de ...

**REMARQUE 2** : Faire opérer régulièrement des rotations à la spirale afin de ne pas figer une représentation mentale de l'organisation de la suite des nombres ; seule la loi doit devenir opératoire, le perceptif ne pouvant devenir un support à sa survie.

## ACTIVITE N°9

**Objectifs :** Compter à l'envers de 1 en 1 : engagement de la réversibilité.  
Vers [ N (- 1) ]

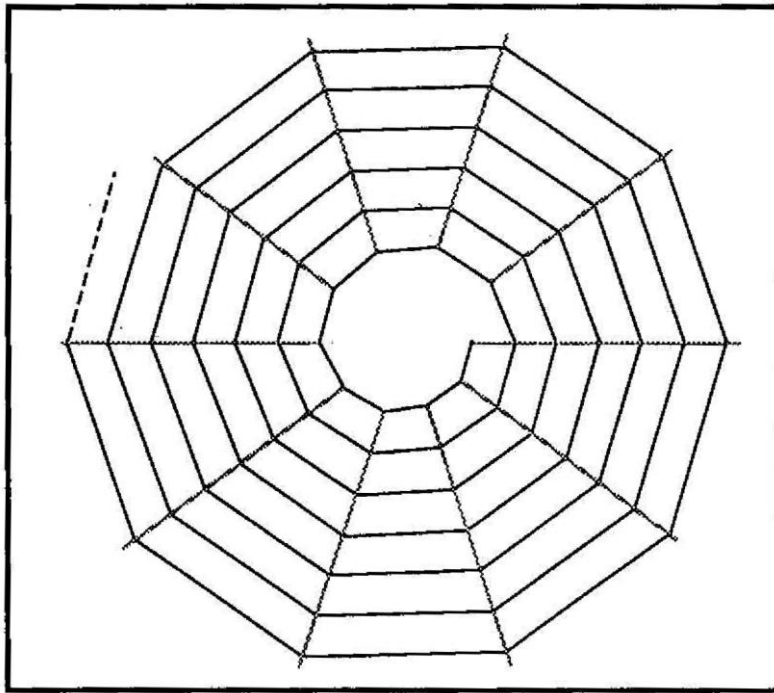
**Matériel :** Spirale collective plane à 1 clou,  
Etiquettes-nombres (de 1 à 69),  
Spirales individuelles à 2 clous,  
Etiquettes-chiffres (1 lot par enfant).

Les enfants ont élaboré la loi élémentaire (+1) qui permet de trouver le successeur d'un nombre en ajoutant 1 au nombre déjà construit.

Compter à l'envers, à reculons, ne consiste pas en l'émergence d'une loi nouvelle. C'est une capacité à défaire ce que l'on a su faire en un temps. Aucun élément nouveau ne vient compléter la liste des éléments appartenant à la chaîne numérique, aucune organisation nouvelle ne voit le jour. C'est une capacité nouvelle à agir qui ici se construit.

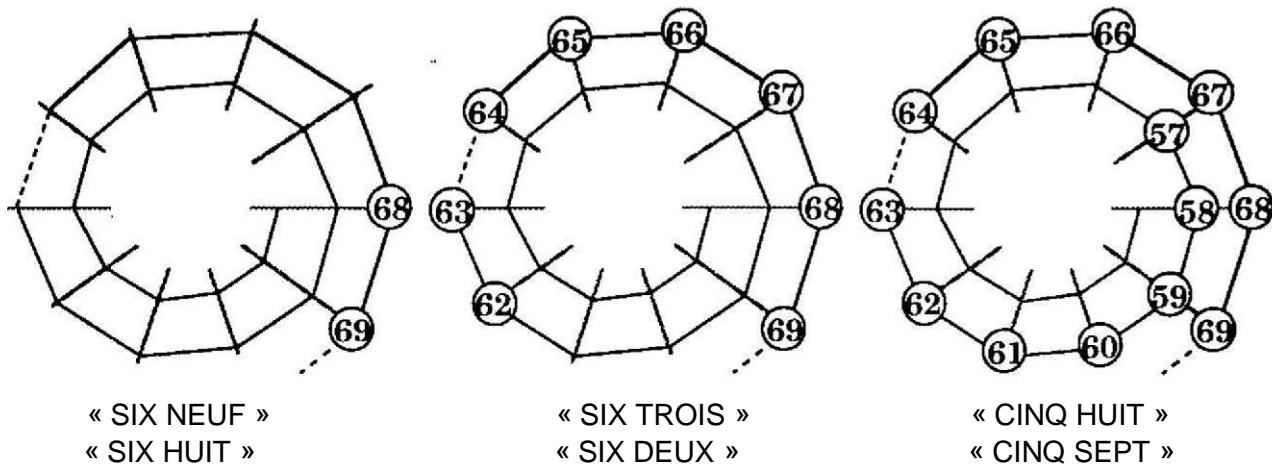
### Déroulement

**Situation de départ :** La spirale est dépouillée de tout élément.



Le maître conserve les étiquettes-nombre de 57 à 69 et distribue aux enfants les étiquettes restantes (de 1 à 56) en s'assurant que chaque enfant possède un jeu dispersé : le jeu d'étiquettes doit être constitué de telle sorte que chaque enfant soit mobilisé tout au long de l'activité.

Il place alors sur la spirale les 13 nombres qu'il détient en commençant par l'extérieur de la spirale. Il place les nombres 69, 68, 67, ..., 58 et 57 en les oralisant dans le champ de la numération écrite.



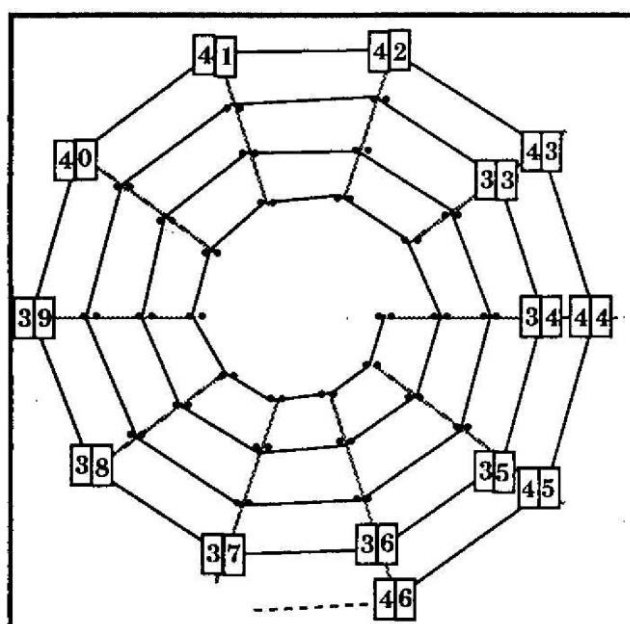
L'enfant possédant le prédécesseur (56 oralisé comme « CINQ SIX ») est invité à venir placer l'étiquette sur la spirale, et ainsi de suite jusqu'à ce que la spirale soit complètement remplie.

Sans interdire à l'élève d'oraliser le nombre qu'il place dans le champ de la numération orale (« CINQUANTE-SIX »), il lui sera systématiquement demandé d'oraliser ce nombre dans le champ de la numération écrite (« CINQ SIX »).

En cas d'erreur, l'oralisation de la chaîne antérieure dans le champ de la numération écrite permet la compréhension par l'enfant de son erreur.

L'activité se poursuit sous cette forme jusqu'au complètement de la spirale.

### Renforcement de la situation :



Les enfants sont groupés par deux. Ils disposent d'un jeu d'étiquettes-chiffres et d'une petite spirale plane à cinq spires et à deux clous. Cette dernière présente comme avantage l'affichage des nombres dans leur dimension chiffres mais l'inconvénient de ne pouvoir effectuer de rotations.

Le nombre de départ est choisi d'un commun accord entre les enfants. Le maître veillera à ce nombre afin de ne pas basculer dans le domaine des entiers négatifs.

**Variante 1 :** Chaque élève à tour de rôle compose le nombre précédant celui déjà en place.

**Variante 2 :** Un enfant gère le chiffre des dizaines, l'autre enfant gère le chiffre des unités.

**Variante 3 :** Chaque élève compose deux nombres consécutifs.

La correction s'effectue soit collectivement, soit individuellement en présence de l'enseignant, soit de manière interne à chaque groupe en comparant les écrits composés sur la spirale avec la bande référence des nombres.

## ACTIVITÉ N°10

**Objectifs :** Renforcement de la réversibilité par pas de 1.  
Structure [ N ( - 1 ) ], vers la structure [ N ( - n ) ]

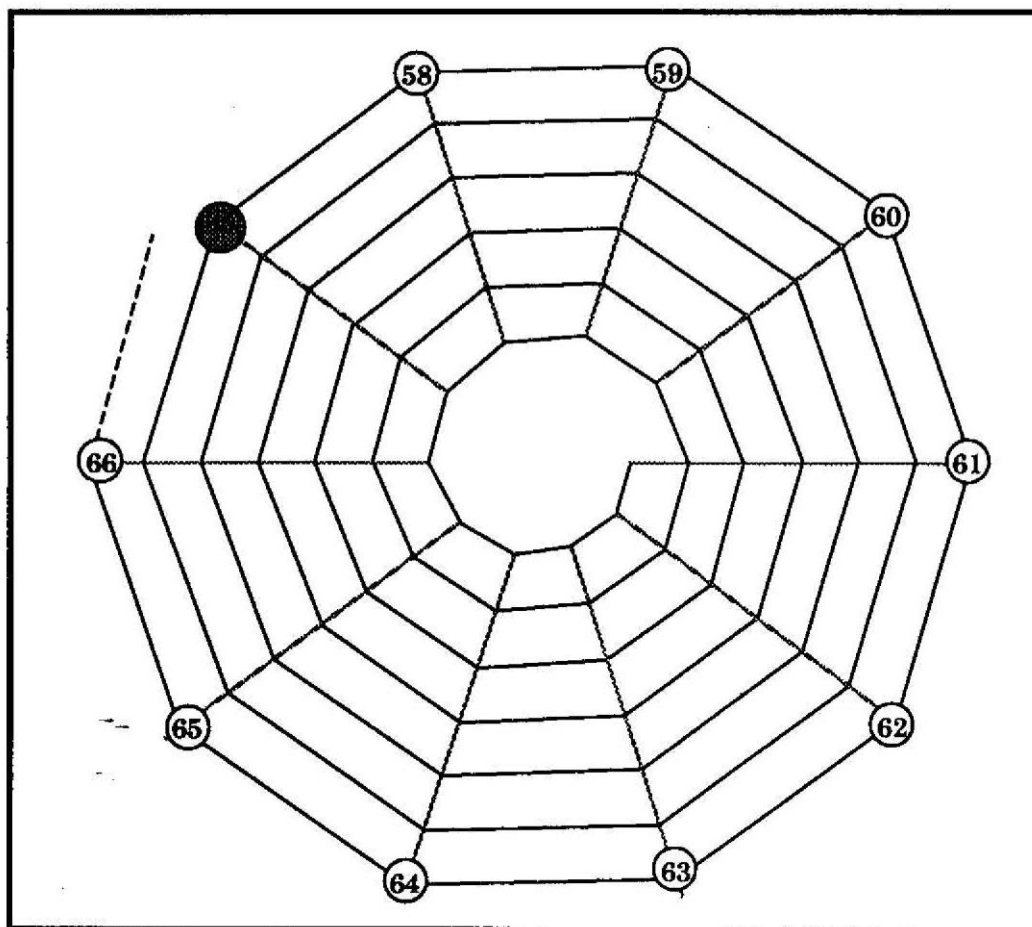
**Matériel :** Spirale collective plane à 1 clou,  
Etiquettes-nombres (de 1 à 69),  
Caches de couleurs différentes.

La finalité de cette activité se situe au niveau du renforcement de la compétence à engager la réversibilité. Certains enfants y accèdent parfois précocement, dès la mise en place et l'activation algorithmique du comptage par pas de 1 en sens direct. Pour nombre d'entre eux, elle ne se manifeste pas comme une évidence. Aussi nous semble-t-il utile et nécessaire de proposer des situations marquant les compétences dans ce domaine. Nous conseillons de persister dans l'emploi d'une oralisation de la chaîne écrite afin d'opérer une meilleure prise de conscience chez les élèves. En effet, trouver le prédécesseur de « trente-cinq » nécessite fréquemment la (re)construction de la chaîne en sens direct à partir d'un élément fortement connoté comme « trente » par exemple ; trouver le prédécesseur de « trois cinq » c'est rechercher l'élément précédant « cinq », ce qui ne soulève en général pas de problème particulier.

### Déroulement

#### Situation de départ :

La spirale contient une portion de la chaîne numérique implantée à partir de l'extérieur de la spirale, ainsi qu'une succession de caches lui faisant suite.

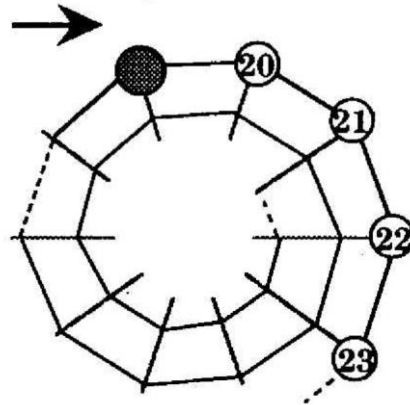


A partir de cette situation, plusieurs recherches peuvent s'engager. Toutes restent centrées sur l'activation de la loi (-1).

- Trouver le nombre devant prendre la place de la pastille rouge ou verte ou située derrière « cinq huit ».

Activation de la loi (-1).

L'élément ayant été trouvé, remplacer la pastille de couleur par l'étiquette-nombre en question et réitérer plusieurs fois le phénomène en positionnant un nouveau cache derrière le dernier nombre inscrit sur la spirale.



La recherche devient particulièrement intéressante pour cette situation.

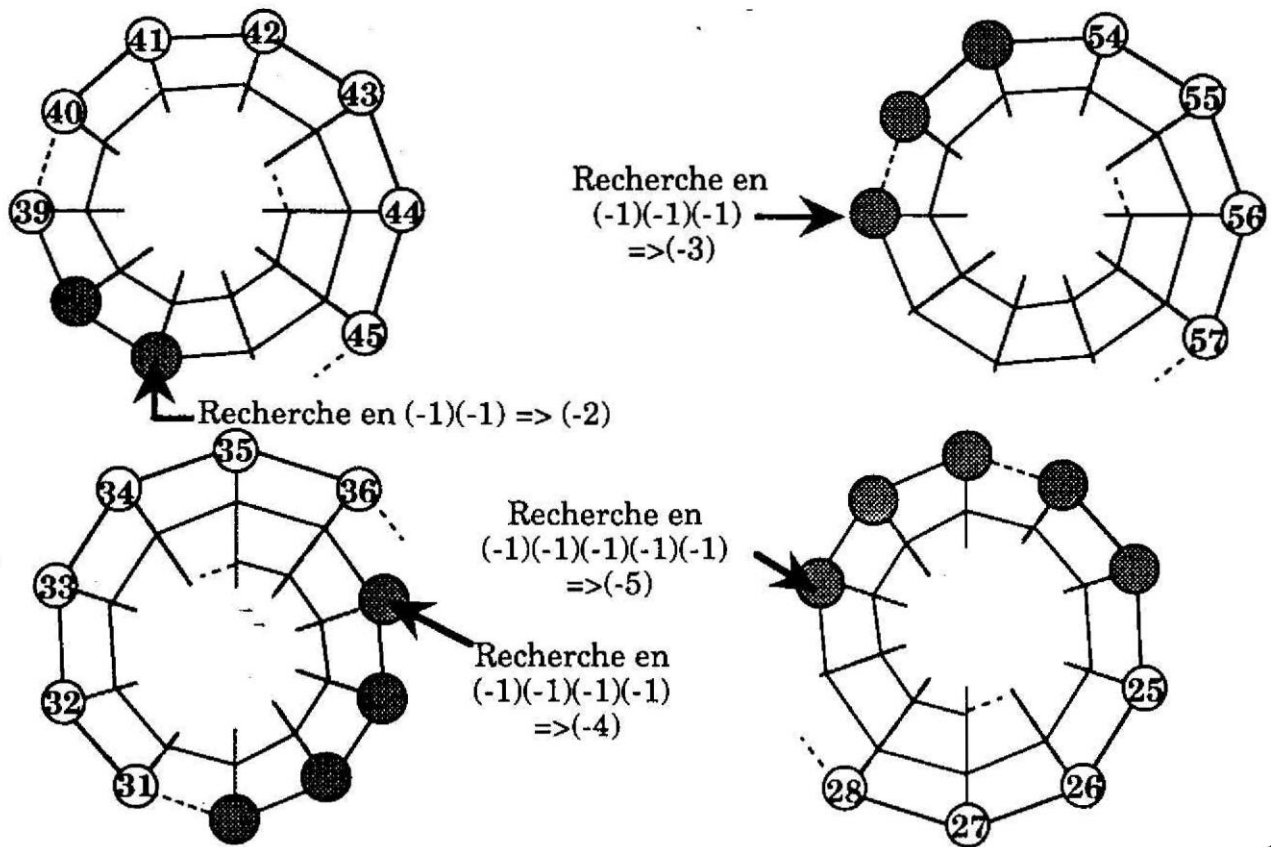
En effet, les franchissements de dizaines entrent en rupture avec le développement algorithmique mis en place.

La suite des nombres [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] ou [9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1] est vécue comme une totalité. La nécessité d'engager une nouvelle fois la série n'a rien de spontané. Les erreurs les plus fréquentes pour cette sollicitation particulière sont :

- « un zéro » (un seul élément pris en compte)
- « deux un » (algorithmie en sens direct).

- Trouver le nombre devant prendre place deux, trois, quatre ou cinq caches devant le dernier nombre positionné.

Nous sommes confrontés ici à une phase de contraction en un acte de l'acte opératoire élémentaire en sens indirect. Il n'est nullement question de demander aux enfants d'activer les lois complexes de la réversibilité, à savoir (-2), (-3), (-5) ou (-10). Nous sommes en phase de sensibilisation à ce phénomène et nul ne devra s'étonner de l'énonciation d'un « cinq sept » avant d'obtenir le « cinq six » convoité. Là n'est pas notre objectif. L'important réside au niveau de l'abstraction des nombres non-représentés. L'enfant doit « voir » dans sa tête l'élément à ne pas prononcer, le lire pour en dégager celui qui concerne la réponse à donner.



Quatre situations particulières se présentent ici par rapport aux nombres placés sur la spirale:

- Situation A : activation de la loi  $(-1)$
- Situation B : activation d'une loi en  $(-n)$ ; vers la contraction en un acte de la loi opératoire élémentaire
- Situation C : loi particulière en  $(-n)$ , la loi fonctionnant sur un axe,  $(-10)$ .
- Situation D : travail sur une spire différente de celle où sont positionnées les étiquettes-nombres de départ ; nécessité du passage par la dizaine, soit de prime abord et engagement du comptage par répétition de  $(-1)$ , soit par déplacement linéaire puis déplacement axial.

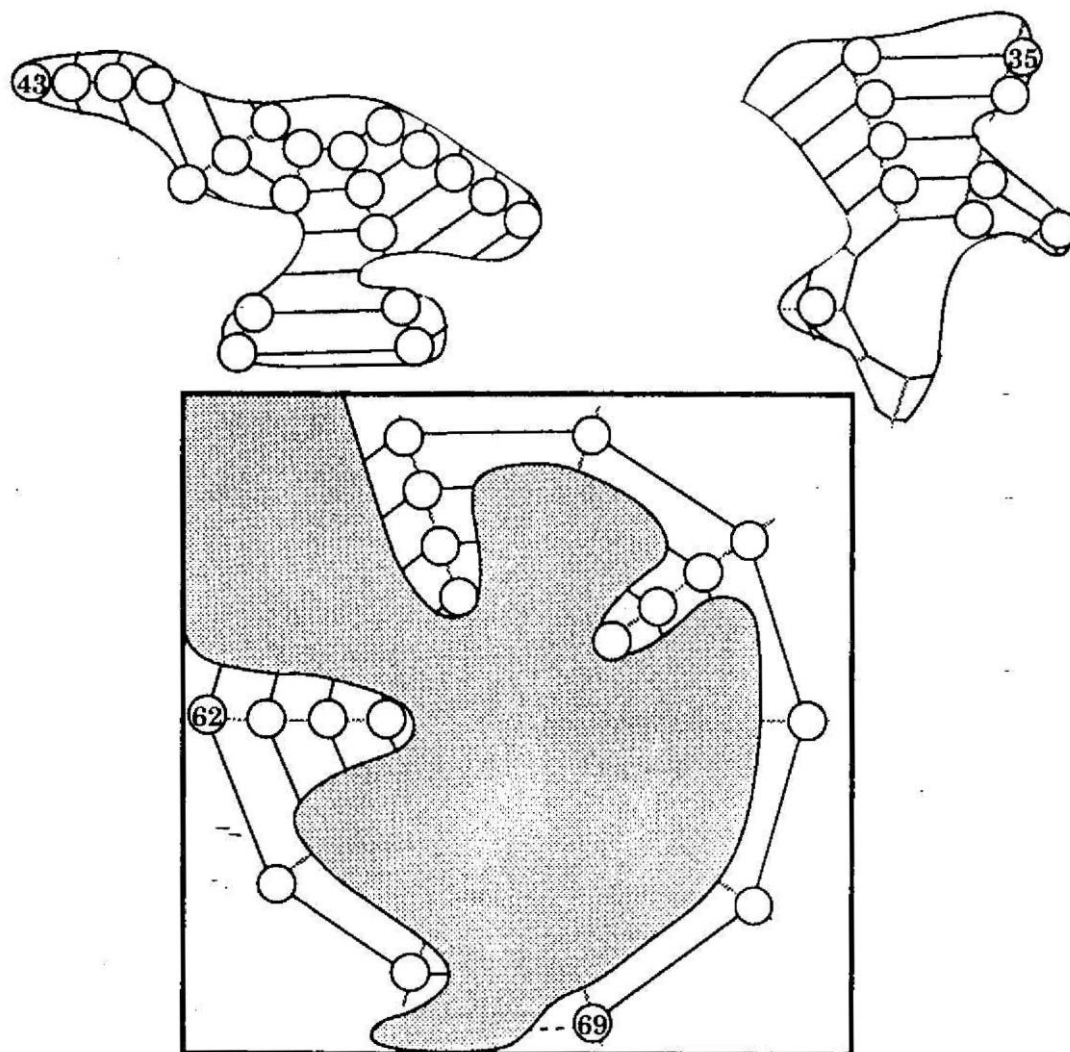
Réitérer le phénomène à plusieurs reprises.

Les réponses peuvent être données de différentes façons :

- Les élèves disent le nombre en oralisant les éléments de la chaîne écrite.
- Les élèves sélectionnent l'étiquette correspondant au nombre à découvrir parmi un lot d'étiquettes-nombres mis à leur disposition, puis la substitue au cache placé sur la spirale.
- Les élèves composent le nombre à découvrir à l'aide d'étiquettes-chiffres ; puis ils recherchent l'étiquette-nombre en adéquation avec leur composition pour venir la placer sur la spirale après avoir ôté le cache.
- Les élèves écrivent le nombre sur leur ardoise ou sur feuille de papier.

### Travail sur feuille de papier :

Cette nouvelle dimension du travail oblige l'enfant à transiter par du non vu pour obtenir le résultat souhaité. Sur les morceaux de spirale qui lui sont présentés, il ne pourra plus seulement activer la loi mère mais devra la dépasser. Voici quelques exemples de réalisations.



## ACTIVITE N°12

**Objectifs :** Contraction en acte d'actes élémentaires dans le champ de la réversibilité,  
Structure [ N ( - n ) ]

**Matériel :** Spirale collective plane à 1 clou,  
Étiquettes-nombres (de 1 à 69).

Enoncer une suite de nombres suffisamment conséquente ou la visualiser sous forme d'étiquettes-nombres implantées sur la spirale permet de percevoir sans trop de difficultés l'ensemble du développement algorithmique de la suite numérique : éléments variant, éléments invariant, sens direct ou indirect, par pas de 1 ou par bonds.

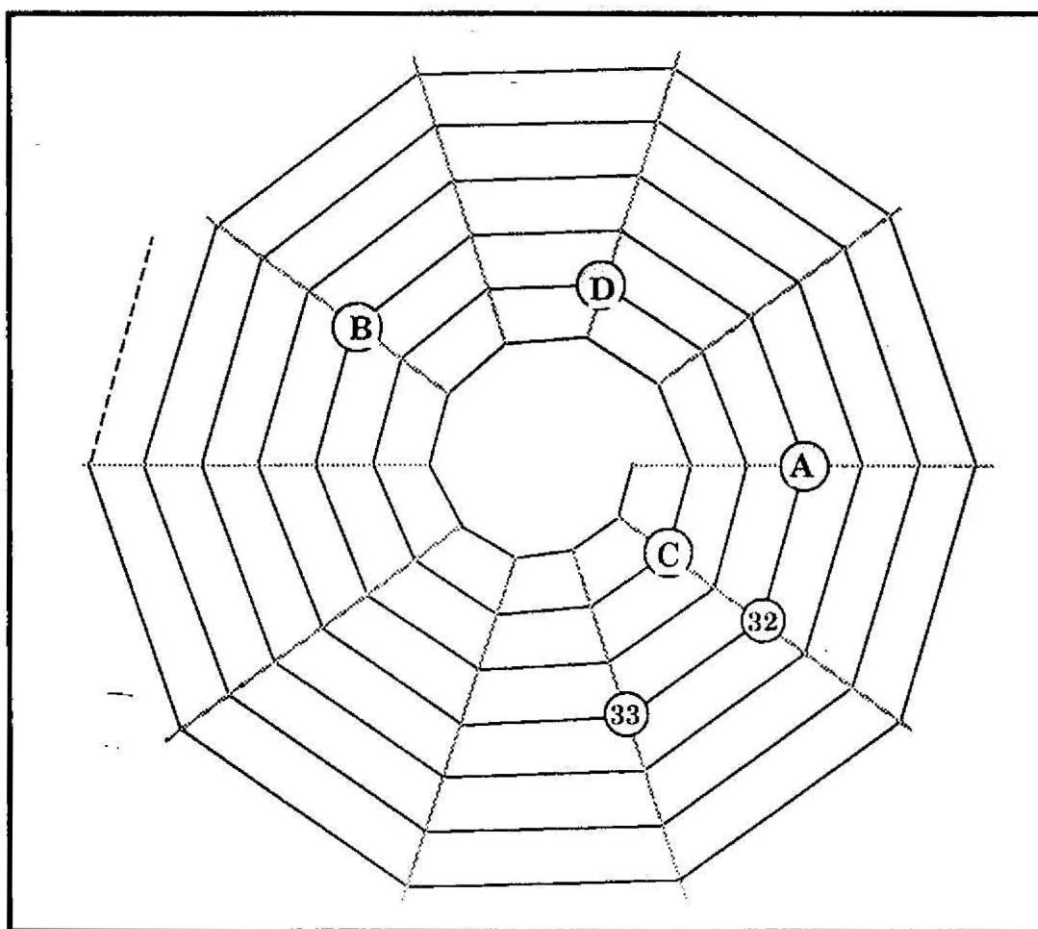
Engager des recherches d'éléments sous leur forme chiffres ou nombres en ne détenant comme information que deux nombres de départ oblige cette reconstruction. Nous sommes donc au cœur d'une activité nouvelle qui requiert l'indépendance du nombre, la construction affirmée de lois de déplacement, la capacité à engager un comptage à partir de n'importe quel nombre sans besoin de reconstruire la suite numérique.

Les séquences suivantes s'appuient sur des matériels de nature différente : la spirale (lieu de manipulations) et la feuille de papier (lieu où l'on concrétise des manipulations intériorisées).

### Déroulement

**Situation de départ :** manipulations d'étiquettes.

Deux nombres consécutifs sont positionnés sur la spirale. Les recherches s'effectuent en sens indirect.



## ACTIVITE N°13

**Objectifs :** Coordination de l'ensemble des structures.  
Vers [ N + ]

**Matériel :** Spirale puzzle,  
Etiquettes-nombres (de 1 à 69).

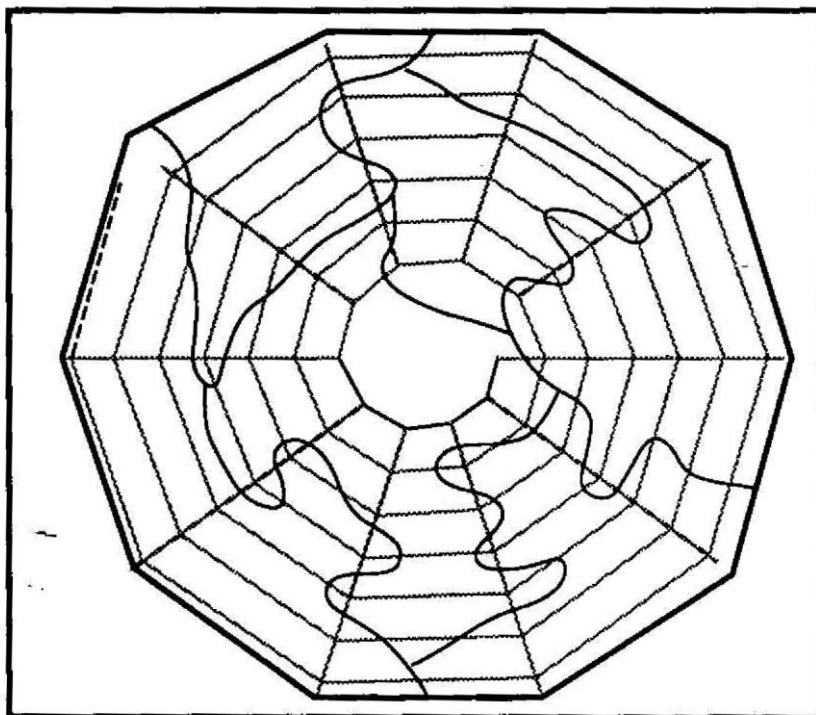
L'ensemble des lois, par pas de 1 et par bonds en sens direct, par pas de 1 et par bonds en sens indirect, à partir de 1 ou de n'importe quel autre nombre que 1, sont construites à partir de la loi mère.

Dans un premier temps, seule cette dernière autorise le développement algorithmique de la chaîne numérique. Par contraction en un acte unique de la loi élémentaire émergent d'autres capacités à se déplacer au sein des nombres. Mais la loi mère domine encore. Arrive pour l'enfant un temps de réorganisation de l'ensemble de ses connaissances. Il prend forme en repoussant la loi élémentaire, sans la faire disparaître pour autant. Elle devient une loi au même titre que les autres, sans domination particulière, permettant à l'enfant de disposer d'une palette d'outils d'où il sélectionnera l'instrument le mieux adapté à la résolution de l'activité proposée. Ce premier temps de réorganisation des données s'achève avec la structure [ N + 1 ] qui se caractérise par les points suivants :

- l'indépendance du nombre : chaque nombre vit de manière autonome et peut devenir le point de départ d'une activité nouvelle de comptage ;
- la possibilité de passer d'un nombre n à un nombre m postérieur dans la suite en un seul acte ;
- la réversibilité : possibilité de revenir en arrière par pas de 1 ou par bond(s) ;
- la compréhension du signe + à deux niveaux: soit en tant qu'ordre d'effectuation opératoire, soit en tant que désignation d'un nombre en retraçant sa genèse.

### Déroulement

**Situation de départ :** la spirale puzzle



Cette spirale fonctionne comme un puzzle dans ce sens où elle se scinde en six parties distinctes pouvant former une spirale plane traditionnelle lorsque ces parties sont réunies. La présenter sous cette forme aux enfants. Suivre le chemin spiralé jusqu'à son terme ainsi que les dix axes pour conforter les élèves dans leur connaissance de cet instrument.

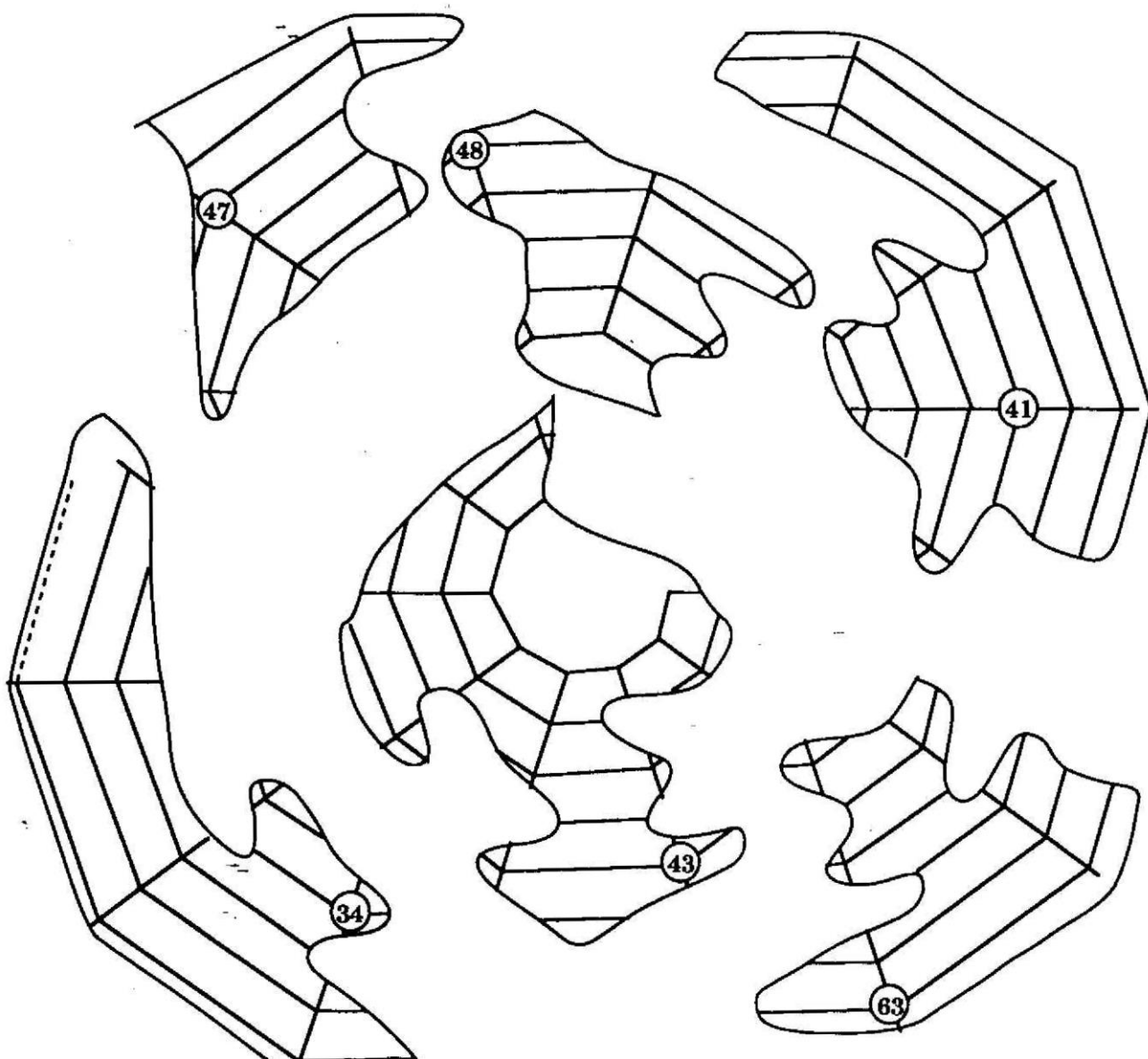
Sur chaque morceau, positionner une étiquette-nombre. Deux paramètres doivent être respectés :

- Les étiquettes placées doivent conserver une cohérence de positionnement les unes par rapport aux autres quand on juxtapose les différentes parties de la spirale ;
- Le lieu d'implantation de l'étiquette joue un rôle fondamental dans l'activation des différentes lois.

La finalité du travail consiste en la coordination des différentes lois ; les enfants doivent naviguer de l'une à l'autre pour reconstituer leur morceau. Les lois en question sont : (+1), (+10), (-1), (-10).

Distribuer les éléments de la spirale en ayant pris soin d'opérer une rotation pour chacun d'eux. Par groupes de deux, les élèves-positionnent toutes les étiquettes devant prendre place sur leur partie de spirale. Ils effectuent leur choix parmi une série complète d'étiquettes-nombres mise à la disposition de chaque groupe. La vérification a lieu au moment où l'on reconstitue la spirale puzzle en assemblant ses six éléments.

A titre indicatif, voici une disposition possible des étiquettes-nombres de départ :



## ACTIVITE N°14

**Objectifs :** Renforcement de la coordination des structures.

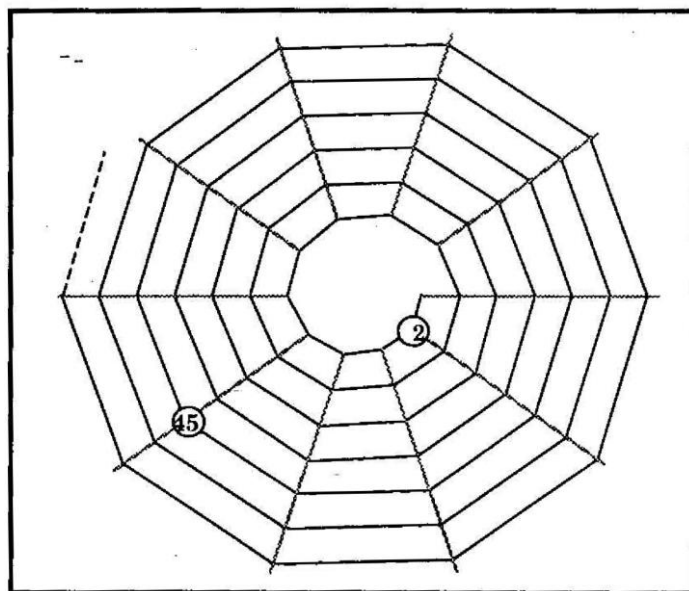
**Structure :** [ N + ]

**Matériel :** Spirale plane à 1 clou,  
Étiquettes-nombres (de 1 à 69),  
Brins de laine de différentes couleurs.

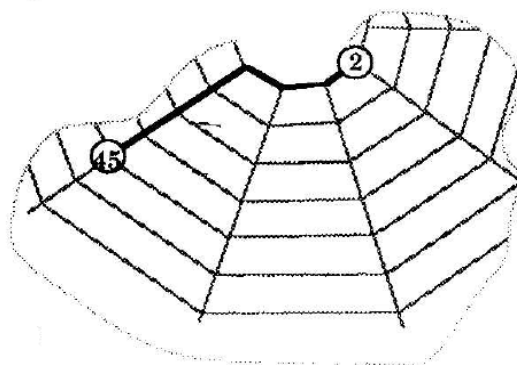
Les lois construites en sens direct ou en sens indirect permettent de se déplacer d'un nombre à un autre. Elles jouent le rôle d'opérateurs numériques qui contractés en un seul temps permettent d'activer des situations additives. Ces dernières peuvent être de deux natures différentes : soit elles décrivent un chemin implanté sur la spirale, soit elles impulsent la représentation sur cet outil.

### Déroulement

**Situation de départ :** la spirale contient deux étiquettes-nombres.



**Observation de la situation.** L'enseignant demande à un enfant de trouver un des chemins possibles permettant de se rendre de l'étiquette "deux" à l'étiquette "quatre cinq". Le concrétiser par un brin de laine de couleur s'enroulant autour de chacun des clous symbolisant des bornes sur le déplacement.



Noter dans l'ordre les déplacements effectués, ainsi que l'opérateur final synthétisant l'ensemble des informations récoltées.

Pour le codage ci-dessus, nous obtenons :

(+1) (+1) (+1) (+10) (+10) (+10) (+10)

→ (+43)

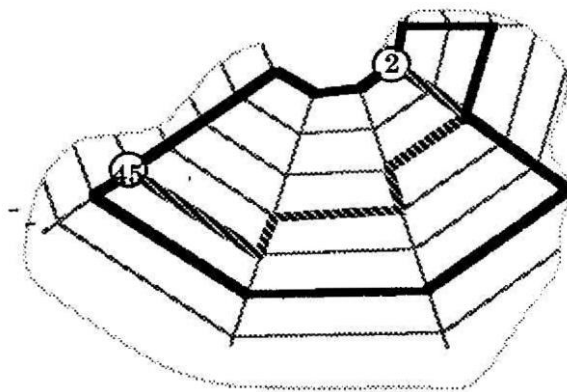
La vérification des écrits peut s'obtenir selon plusieurs procédés, parmi lesquels :

- l'emploi de l'abaque ;
- l'utilisation de la calculette ;
- le recours à l'addition ( $2 + 43 =$ ).

Demander à plusieurs enfants de rechercher un chemin différent permettant de se rendre du nombre "deux" au nombre "quatre cinq".

Procéder comme précédemment :

- matérialiser le chemin par un fil de couleur ;
- coder cette information à l'aide d'opérateurs ;
- écrire l'opérateur unique ;
- vérifier le résultat (calculatrice, abaque, technique de l'addition).



L'intérêt de rechercher d'autres parcours se situe au niveau de la confrontation des résultats obtenus. Plusieurs chemins existent pour se rendre d'un point à un autre, mais les écritures intermédiaires sont différentes. Les comparer permet aux enfants de prendre conscience de l'existence d'écritures équivalentes.

**Variante 1 :** spirale dénuée de toute étiquette.

- Placer deux caches de couleurs différentes sur deux clous distincts.
- Tendre un fil de couleur de l'un à l'autre.
- Rechercher d'autres parcours joignant les deux points sélectionnés.
- Ecrire les opérateurs intermédiaires.
- Trouver l'opérateur final.

Remarques :

- Les écritures peuvent s'opérer dans les deux sens (de l'intérieur de la spirale vers l'extérieur et réciproquement).
- On peut aussi trouver un nombre de départ et un nombre d'arrivée pouvant convenir à la situation représentée.

**Variante 2 :** écriture d'opérateurs comme point de départ de l'activité.

- Ecrire une liste d'opérateurs intermédiaires, sous la forme :  
(+10), (+10), (+1), (+1), -(+1), (-10), (-10), (-10), (-1)
- Demander aux enfants de la concrétiser sur la spirale.
- Trouver le plus court chemin permettant de joindre le point de départ au point d'arrivée.
- Rechercher l'opérateur final.
- Comparer cet opérateur à la liste des opérateurs intermédiaires livrés en début de parcours, et conclure sur les simplifications d'écriture pouvant être opérées.
- Dégager deux nombres susceptibles de représenter les points de départ et d'arrivée.

## ACTIVITE N°15

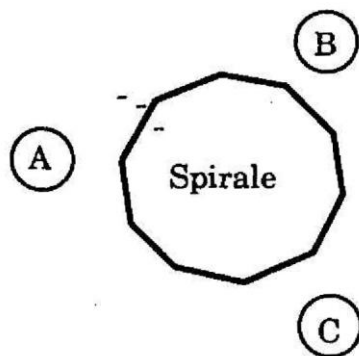
### Activité-jeu, par groupe de 3 ou 4

**Objectifs :** Renforcement de [ N (-n) ]

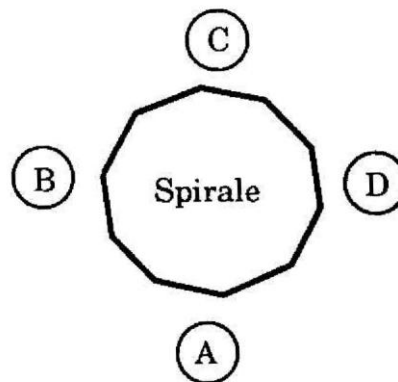
**Matériel :** Spirale espace à 1 clou,  
Étiquettes-nombres (de 1 à 69),

**Situation de départ :**

Schéma de disposition :



Jeu à 3



Jeu à 4

Placer 3 ou 4 étiquettes-nombres de telle manière que chaque enfant puisse, de son point d'observation en lire au moins une.

**Début du jeu :**

Distribuer toutes les étiquettes aux joueurs. Chaque joueur place les étiquettes qu'il a reçues et qui sont dans son champ de vision (4 faces). Il est évidemment interdit de se déplacer. Un reliquat subsiste, qui va devoir être éliminé par un système d'échange.

**Loi de l'échange :**

L'un des joueurs fait une offre en proposant l'un des nombres qu'il ne peut pas placer en échange d'un autre nombre. Celui qui possède le nombre demandé accepte ou refuse cet échange. C'est alors à celui qui a accepté l'échange de faire une nouvelle proposition si le nombre qu'il a accepté fait partie de ceux qu'il peut placer. En cas d'acceptation erronée, le joueur qui a commis l'erreur perd son tour, le joueur ayant fait la proposition recommençant à faire une offre.

# La spirale des nombres (D'après ERMEL CE1)

## Description rapide

La spirale des nombres est à la droite numérique ce que le tableau des nombres est à la bande numérique, pour le passage de 10 en 10 et de 1 en 1.

## Objectifs spécifiques

- Écrire la suite des nombres au-delà de 100.
- Décomposer des nombres en dizaines et unités.
- S'appuyer sur ces décompositions pour calculer.

## Matériel

- Des cartons avec les nombres de 0 à 15 écrits en rouge, les nombres de 5 à 25 écrits en vert.
- Un pion par joueur et une spirale.

## Déroulement

### PREMIÈRE PHASE : REMPLIR LA SPIRALE

Chaque enfant reçoit une spirale non numérotée et doit écrire la suite des nombres de 1 en 1 dans les places vides (on peut commencer à 0 ou à 1 ou plus loin).

Les élèves qui ont des difficultés peuvent s'aider de la calculette pour produire le successeur d'un nombre. Une rapide mise en commun permet de vérifier si l'on a juste : si on a commencé à 0, on arrive à 137, si on a commencé à 1, on arrive à 138, etc.

On demande de « repasser » en rouge tous les « rayons » ou chaque rayon d'une couleur différente. Cette activité devrait donner lieu à d'intéressantes observations : « le long d'un rayon on avance de 10 », « sur un rayon c'est toujours le même chiffre des unités ».

Ces remarques donnent ainsi aux enfants un excellent moyen de « voir » rapidement s'ils se sont trompés et où.

### DEUXIÈME PHASE : JEU DE POURSUITE SUR LA SPIRALE

Le but du jeu est d'être le premier à atteindre ou dépasser la fin de la spirale.

Le jeu se joue en équipe de 3, l'un des enfants contrôle le déroulement du jeu, aidé d'une calculette.

Chacun des deux joueurs est représenté par un pion.

À tour de rôle, les joueurs tirent un carton de la pile préalablement mélangée (les nombres ne sont pas visibles) :

- les nombres écrits en vert permettent d'avancer ;
- les nombres écrits en rouge font reculer mais pas en deçà de la première case ;
- il faut tirer un nombre vert pour commencer la partie.

### Procédures attendues

- Compter de 1 en 1.
- Compter les dizaines (avancer selon un rayon) puis les unités (avancer le long de la ligne).
- Calculer puis se placer sur la case d'arrivée.

### TROISIÈME PHASE : TRAVAIL SUR LES ÉCARTS

Une fois les enfants bien familiarisés avec ce matériel, ils peuvent l'utiliser comme support de calcul mental. Par exemple, si l'on recherche l'écart entre 15 et 27, trois façons de se déplacer sur la spirale sont possibles :

- compter à partir de 15 jusqu'à 27 ;
- passer de 15 à 25, et compter 10 puis de 25 à 27 et compter 2 ;
- passer de 15 à 17 et compter 2, puis de 17 à 27 et compter 10.

On montrera l'économie des 2 dernières méthodes en proposant de calculer des écarts plus grands : écart entre 23 et 107 ; écart entre 59 et 124.

### QUATRIÈME PHASE : LA SPIRALE, OUTIL DE CALCUL

Exemple : « Je suis sur la case 48. Je tire un carton vert marqué 24 et un carton rouge marqué 8. Où vais-je arriver ? »

